MPI: Матричные операции

НОЦ МФТИ 2011

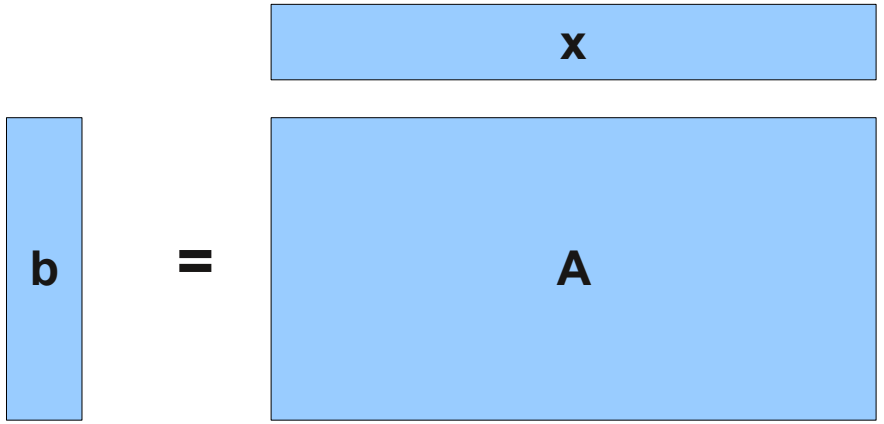
Умножение матрицы на вектор

- Рассмотрим пример умножения матрицы на вектор в случае 4-х процессов
- Два подхода с разделении матрицы на блоки — поколоночный и построчный
- В зависимости от алгоритма вычисления только локальные, либо требуется обработка данных при сборе
- Возможна комбинация алгоритмов для достижения большей производительности

Построчная схема

- Пусть есть матрица A и необходимо вычислить b = A * x, где b и x — вектора
- Каждый процесс хранит свой набор строк матрицы A, обычно идущих последовательно
- Вектор x есть у каждого процесса
- Вектор b получается по частям у каждого процесса
- Не требуются взаимодействия при вычислениях

Построчная схема

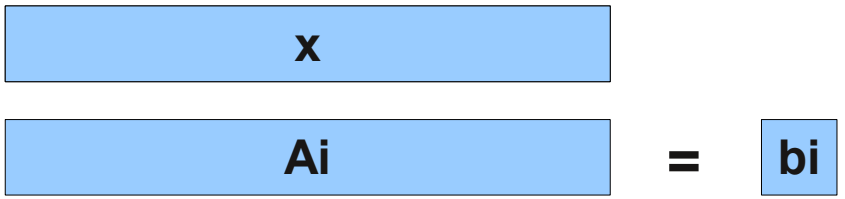


Делим матрицу по строкам между процессами

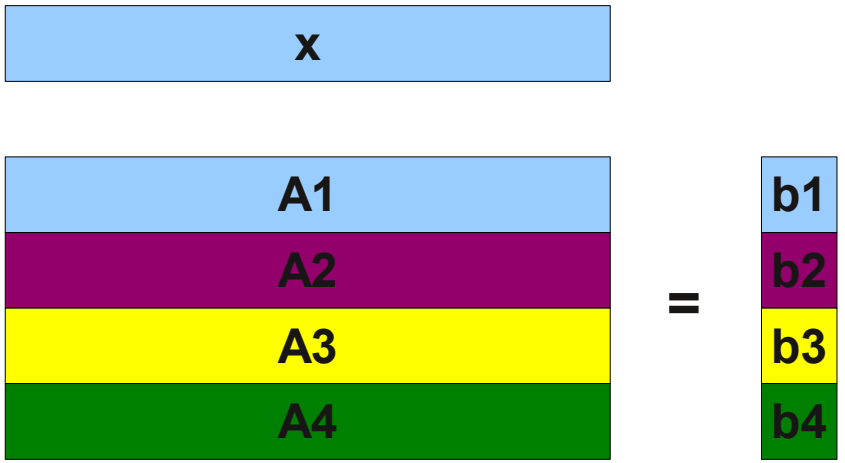
Построчная схема

- Независимо производим умножение подматиц Ai на каждом процессе на весь вектор x
- В результате получаем на каждом процессе вектор bi = Ai * x
- Вектор bi представляет собой набор компонент вектора b, с номерами соответствующими номерам строк матрицы A, находящихся у данного процесса

Построчная схема



Действия на каждом процессе

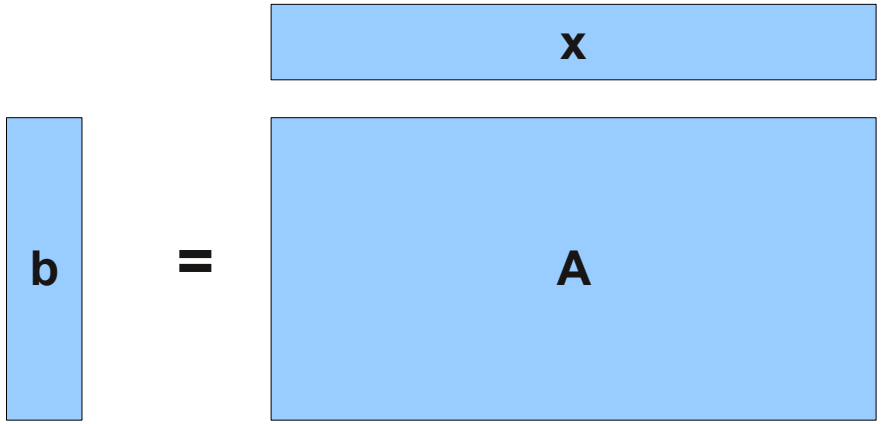


Часть вектора получается на каждом процессе независимо. После расчета можно выполнить сбор при необходимости

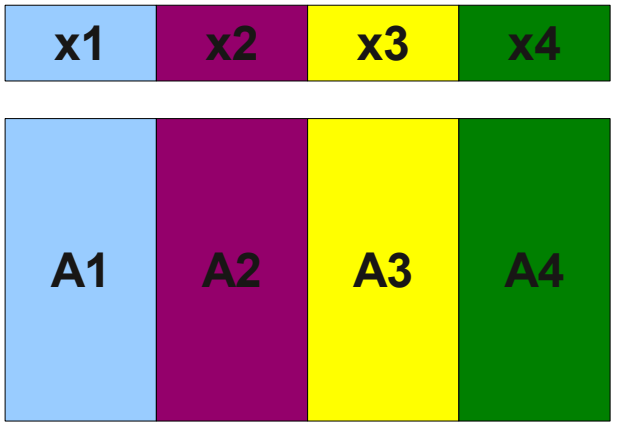
Поколоночная схема

- Пусть есть матрица A и необходимо вычислить b = A * x, где b и x — вектора
- Каждый процесс имеет свой набор столбцов матрицы A
- Вектор x разделен между процессами и имеет тот же набор компонент, что и столбцы матрицы A
- В результате каждый процесс получает вектор размерности b, сумма которых дает вектор b
- Требуется операция суммирования вектора (reduce) для получения результата

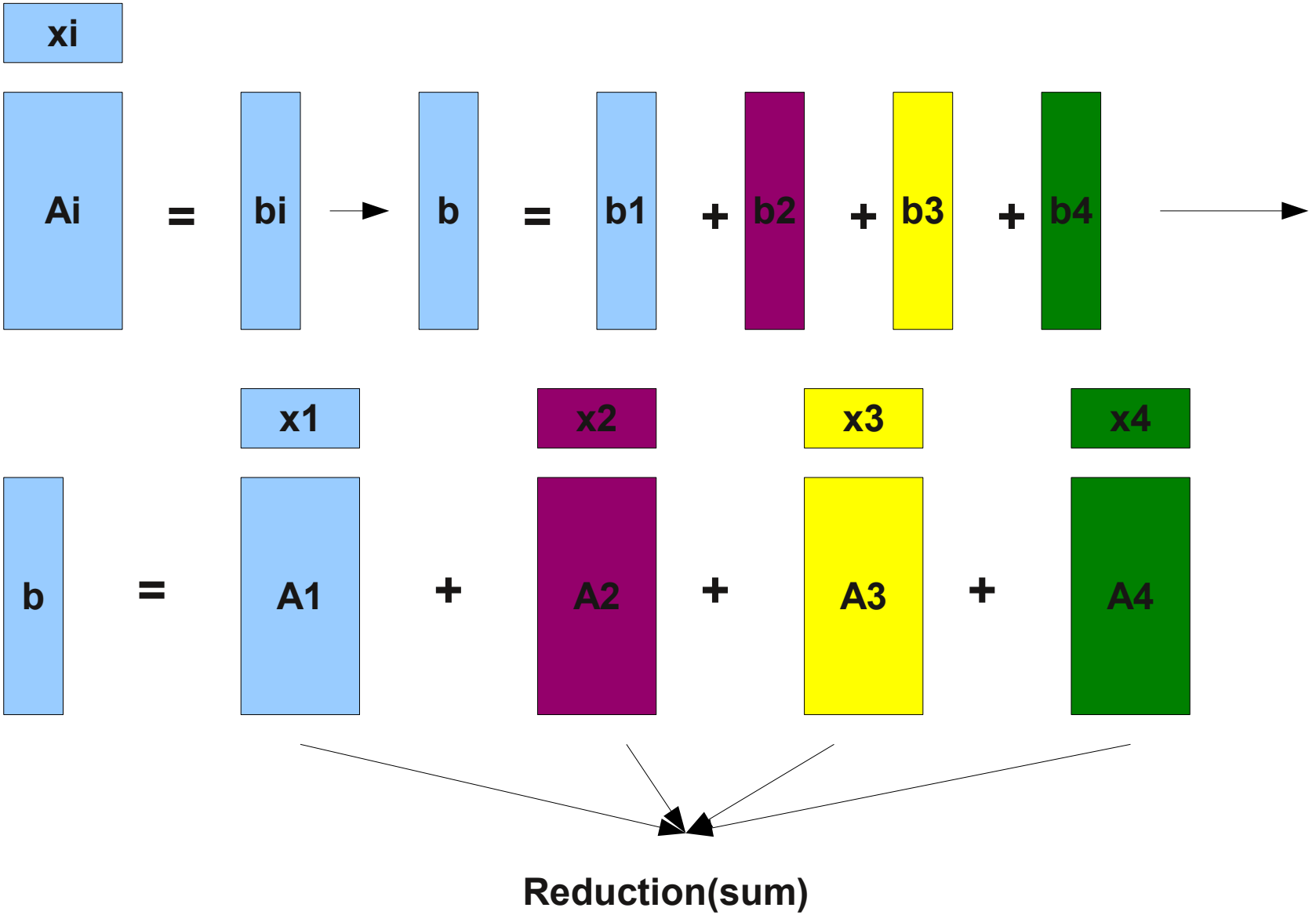
Поколоночная схема



Делим матрицу и вектор x по колонкам



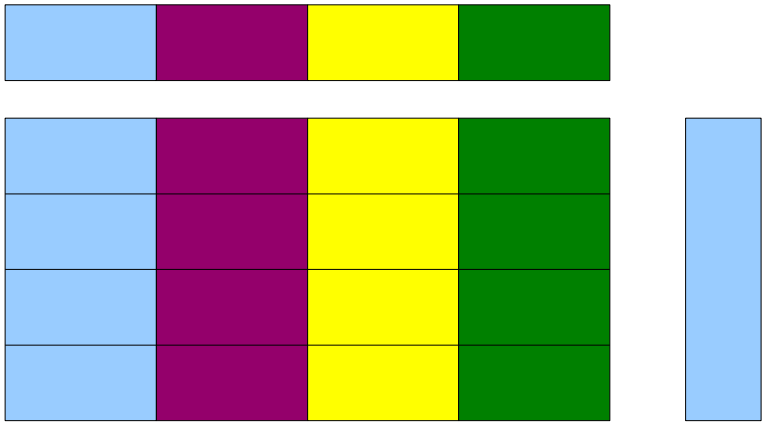
Поколоночная схема



Гибридная схема

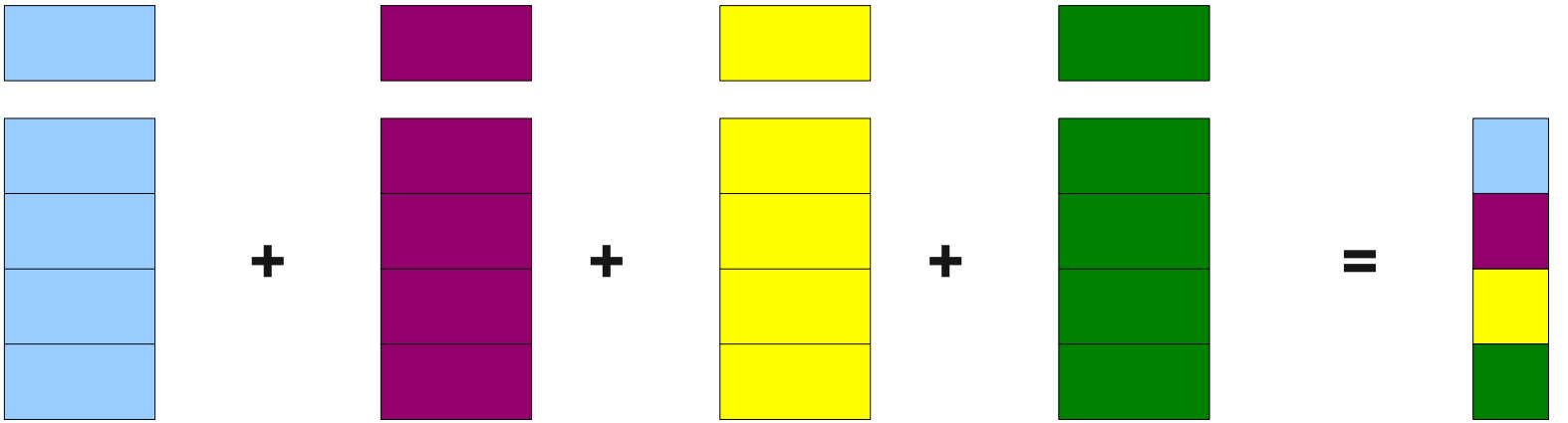
- Пусть есть матрица A и необходимо вычислить b = A * x, где b и x — вектора
- У каждого процесса есть своя часть матрицы A
- У набора процессов есть одна и таже часть вектора x
- В результате получаем набор компонент вектора b у набора процессов

Гибридная схема



$$\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{0,0}x_0 + & A_{0,1}x_1 + & A_{0,2}x_2 + & A_{0,3}x_3 \\ A_{1,0}x_0 + & A_{1,1}x_1 + & A_{1,2}x_2 + & A_{1,3}x_3 \\ A_{2,0}x_0 + & A_{2,1}x_1 + & A_{2,2}x_2 + & A_{2,3}x_3 \\ A_{3,0}x_0 + & A_{3,1}x_1 + & A_{3,2}x_2 + & A_{3,3}x_3 \end{bmatrix}$$

b = A * x

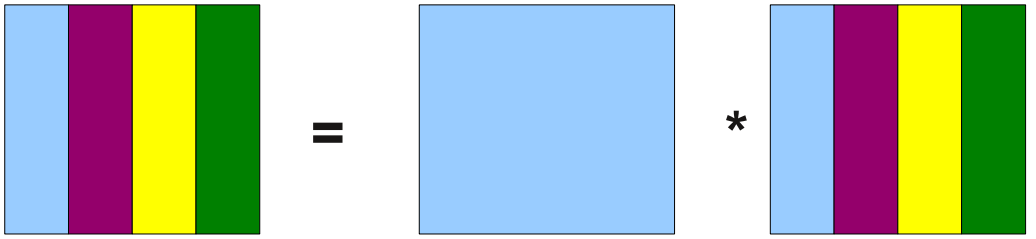


Перемножение матриц

- Пусть есть матрицы A и B, необходимо вычислить C = A * B
- Схемы распараллеливания аналогичны умножению матрицы на вектор
- Можно рассматривать матрицу как набор векторов (строки или колонки)
- Возможно использование любой из схем, либо их комбинаций (гибридные)

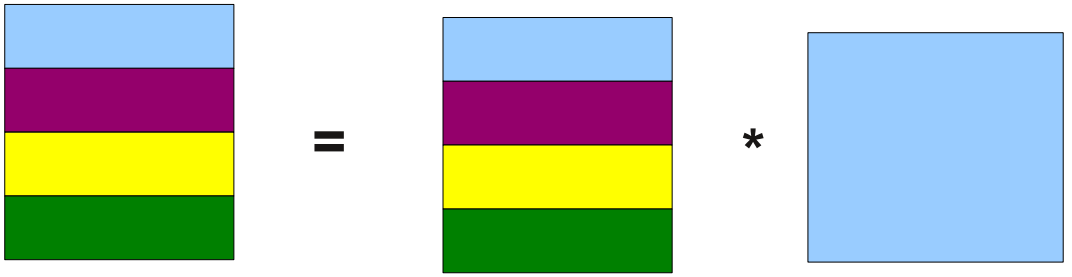
Пример

- Перемножение двух матриц, два алгоритма
- 1) Разбиваем вторую матрицу на колонки



C A B

- 2) Разбиваем первую матрицу на строки



C A B

Алгоритм

- Разделить матрицу C на части и разослать всем процессам (send/recv или scatter)
- Разослать всем матрицу B (broadcast)
- На каждом процессоре перемножаем часть колонок матрицы C на матрицу B. Получаем часть колонок матрицы A
- Сбор матрицы A от всех процессов (send/recv или gather)

Вопросы